

## בחינה בתורת הקבוצות

סמינר האביב – תש"ס – מועד ב'

הזמן: שעתנאים

המורה: פרופ' ערייאל לוי

ענה על 3 שאלות בלבד מתוך 4 השאלות הבאות. אם ייענו יותר שאלות אז תיבדקנה שלוש התשובות הראשונות בלבד.

תשובותיך על השאלות צריכות לכלול הוכחות מלאות וברורות, אלא אם נאמר במפורש שאין צורך להוכיח. מותר להסתמך על משפטים קודמים מבלי להוכיחם, אך עליהם להיות מנוסחים באופן מלא.

1. הוכח את משפט Kantor שלכל קבוצה  $A$ קיים  $|A| > |P(A)|$ .
2. השתמש בلمה של צורן כדי להוכיח שלקבוצות  $A, B$  כלשהן קיימת העתקה חד חד ערכית של אחת הקבוצות לתוך חבורתנה.
3. חשב את מספר התמורות של קבוצת המספרים הטבעיים  $N$ , כלומר את מספר העתקות החד חד ערכיות של  $N$  על עצמה.
4. הוכח את כלל החזקה  $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$ . הוכח גם את המשפט על הקבוצות המוליך ישירות לכל חזקה זה.

בהצלחה!